



Provinsie van die  
**OOS-KAAP**  
ONDERWYS

Steve Vukile Tshwete Onderwys Kompleks • Sone 6 Zwelitsha 5608 • Privaatsak X0032 • Bhisho 5605  
REPUBLIEK VAN SUID-AFRIKA

**HOOFDIREKTORAAT – KURRIKULUM BESTUUR**

**GRAAD 12 LEERDER  
ONDERSTEUNINGSPROGRAM**

**HERSIENING EN REMEDIËRENDE ONDERRIG  
INSTRUMENT:  
VRAE EN ANTWOORDE**

**VAK: WISKUNDE – TWEEDE VRAESTEL**

**Junie 2009**

**Hierdie dokument bestaan uit 11 bladsye.**

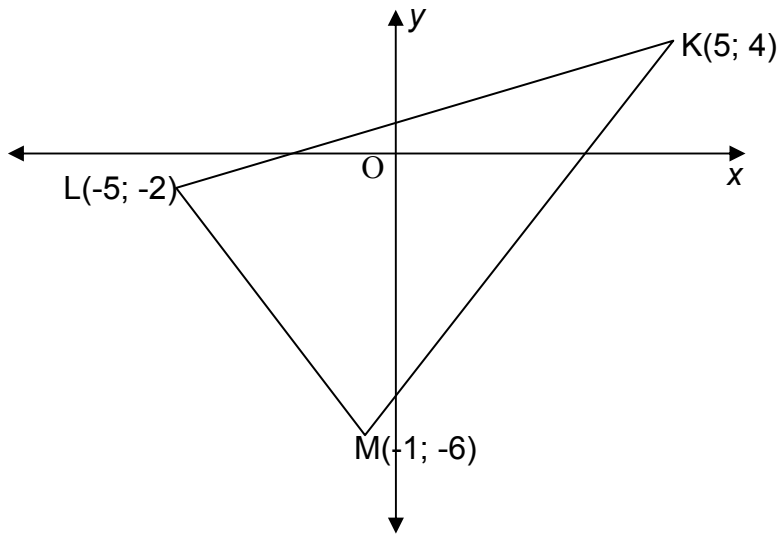
***Streng gesproke nie vir toets/eksamen doeleindes nie.***

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

1. Hierdie vraestel bestaan uit NEGE vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Toon duidelik al jou berekenings, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal.
3. 'n Goedgekeurde sakrekenaar (nie-programeerbaar en nie-grafies nie) mag gebruik word, tensy anders vermeld.
4. As dit nodig is, moet antwoorde afgerond word tot TWEE desimale syfers, tensy anders vermeld.
5. Al die antwoorde moet korrek genommer wees, soos genommer op die vraestel.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
7. Dit is in jou eie belang om leesbaar te skryf en jou werk netjies aan te bied.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aangeheg.
9. 'n Diagramblad is aangeheg.

## VRAAG 1

1. In die diagram, is  $L(-5; -2)$ ,  $M(-1; -6)$  en  $K(5; 4)$  die hoekpunte van  $\triangle KLM$  op 'n Cartesiese vlak.

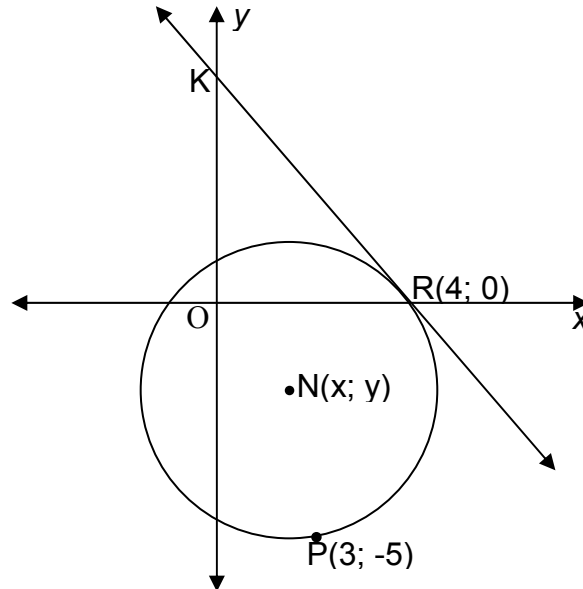


- 1.1 Bewys dat die middelpunt P van LK, op die y-as lê. (3)
- 1.2 Bepaal die gradiënt van LM. (2)
- 1.3 Bepaal die vergelyking van die lyn ewewydig aan LM wat deur die punt P gaan. (3)
- 1.4 Bepaal analities of die lyn bereken in VRAAG 1.3 deur  $N(2; -1)$ , die middelpunt van KM gaan. (3)
- 1.5 Bereken die lengte van LM. (Los jou antwoord in wortelvorm) (3)
- 1.6 Bewys vervolgens dat  $LM = 2PN$  (4)

**[18]**

## VRAAG 2

2. In die figuur is  $N(x; y)$  die middelpunt van die sirkel in 'n Cartesiese vlak wat deur die punt  $P(3; -5)$  gaan. Die reguitlyn met vergelyking  $3x + 2y - 12 = 0$  is 'n raaklyn aan die sirkel by punt  $R(4; 0)$  en sny die  $y$ -as by  $K$ .



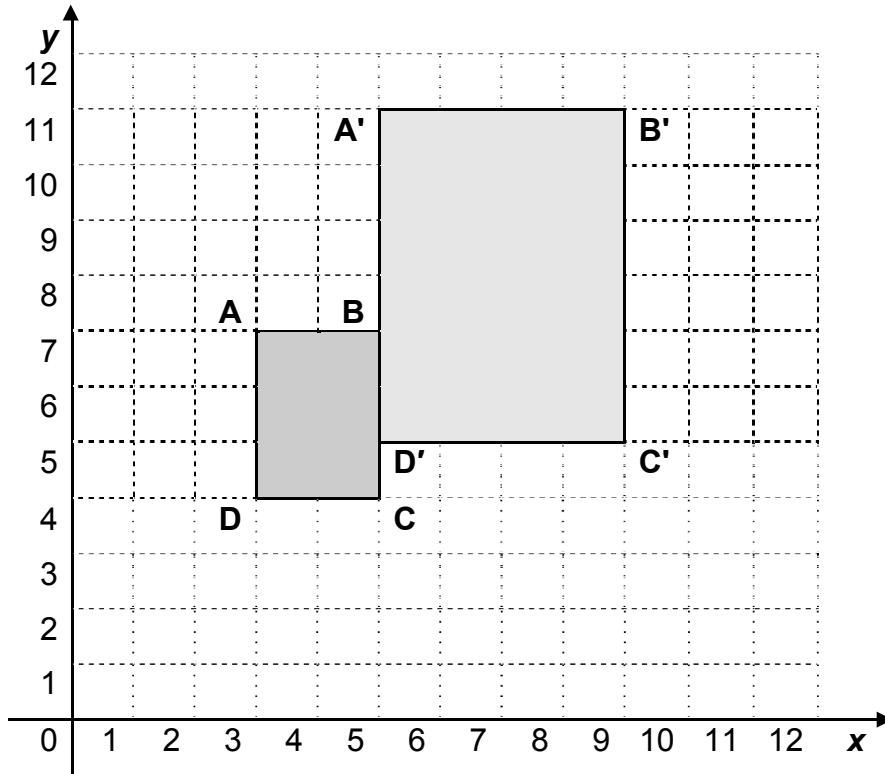
Bepaal:

- 2.1 Die lengte van  $RK$ . (4)
- 2.2 Die vergelyking van  $RN$ . (5)
- 2.3 Die koördinate van die punt  $N$ . (8)
- 2.4 Die vergelyking van die sirkel in die vorm:  
 $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$  (5)

[22]

**VRAAG 3**

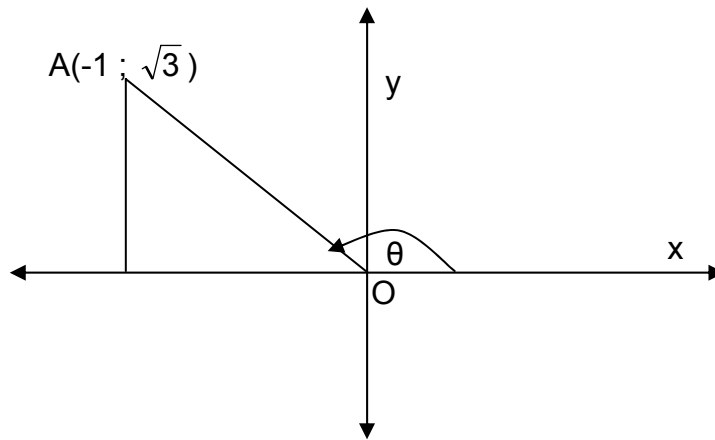
3.1 In die volgende diagram, is A'B'C'D' die vergrote beeld van ABCD.



- 3.1.1 Bereken die skaalfaktor van die vergroting. (2)
- 3.1.2 Bereken die oppervlakte van ABCD en sy beeld A'B'C'D'. (4)
- 3.1.3 Hoeveel maal groter is die oppervlakte van die beeld as die van die oppervlakte van die oorspronklike reghoek? (1)
- 3.1.4 Is die twee figure gelykvormig of kongruent? Verduidelik jou antwoord. (2)
  
- 3.2 P (2; 5), Q (2; 1) en R (5; 1) is die koördinate van  $\Delta PQR$ .
- 3.2.1 Steek die punte af op die grafiek papier wat voorsien is. (3)
- 3.2.2 Teken die refleksie van  $\Delta PQR$  in die y-as en merk die beeld as  $\Delta P'Q'R'$ . (3)
- 3.2.3 As  $\Delta PQR$   $90^\circ$  kloksgewys deur die oorspring geroteer word, is die beeld  $\Delta KLM$ . Skets die beeld. (3)
- 3.2.4 Transleer  $\Delta P'Q'R'$  volgens die reël  $(x; y) \rightarrow (x + 1; y - 3)$ . Skryf neer die koördinate van die beeld P'', Q'' en R''. (Dit is nie nodig om die beeld te teken nie.) (3)

**VRAAG 4**

In die volgende diagram, is A die punt  $(-1 ; \sqrt{3})$  in 'n Cartesiese vlak.



4.1 Gebruik die diagram en bereken sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van  $\cos \theta$ . (3)

4.2 As A' die refleksie van A in die x-as is, bepaal die grootte van  $\angle A'OC$ . (3)  
[6]

**VRAAG 5**

Vereenvoudig sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

5.1  $\frac{1}{2} \tan(-225^\circ) \cdot \cos^2 585^\circ$  (5)

5.2  $\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\tan \theta - 1} - \cos \theta$  (4)  
[9]

**VRAAG 6**

6.1 Los op vir  $x$  in die volgende vergelyking, afgerond tot twee desimale syfers:

$$\cos(x + 12,4^\circ) = -0,334 \quad , \quad x \in (180^\circ; 360^\circ) \quad (3)$$

6.2 Bepaal die algemene oplossing vir  $x$  in die volgende vergelyking:

$$2\sqrt{3} \cdot \sin x \cdot \tan x - \sqrt{3} \cdot \tan x - 2 \sin x + 1 = 0 \quad (8)$$

**[11]**

**VRAAG 7**

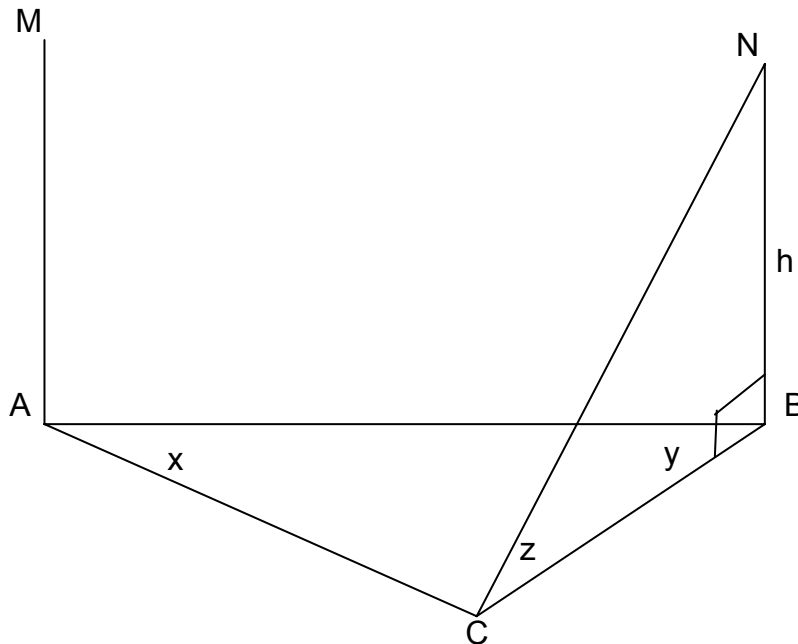
Gegee:  $f(x) = -2 \sin x + 1$   
en  
 $g(x) = \cos(x + 30^\circ)$

- 7.1 Skets op dieselfde assestelsel die grafieke van  $f$  en  $g$ . Die koördinate van die draaipunte en die afsnitte met die asse moet duidelik aangedui word. Gebruik die interval:  $[-180^\circ ; 150^\circ]$  (8)
- 7.2 Skryf neer die volgende:
- 7.2.1 Die amplitude van  $f$ . (1)
- 7.2.2 Die periode van  $g$ . (1)
- 7.3 Bepaal vanaf die grafiek EEN waarde van  $x$  waarvoor  
 $2 \sin x - 1 + \cos(x + 30^\circ) = -1$  (2)
- 7.4. Skryf neer die vergelyking van  $g(x)$  na die transformasie:  
 $(x; y) \rightarrow (x - 30^\circ; y + 1)$  (2)

**[14]**

**VRAAG 8**

Twee valke sit bo-op twee kragtorings van ESKOM, M en N (met dieselfde hoogte). Hulle hou 'n veldmuis by C dop wat kos in die gras soek. A en B is die basisse van die kragtorings op dieselfde horisontale vlak as C.



$\hat{BAC} = x$  ,  $\hat{ABC} = y$  , en die hoogtehoek by C is  $z$  .  $NB = h$

8.1 Bewys dat:

$$8.1.1 \quad AB = \frac{BC \sin(x + y)}{\sin x} \quad (3)$$

$$8.1.2 \quad MN = \frac{h \sin(x + y)}{\tan z \cdot \sin x} \quad (4)$$

8.2 As  $MN = 70$  meter,  $x = 52,3^\circ$  ,  $y = 27,3^\circ$  en  $z = 42^\circ$  , bereken die hoogte van die kragtoring BN. (3)

8.3 As  $AB = 70$  m,  $BC = 48,3$  m,  $y = 27,3^\circ$  en  $\Delta ABC$  die jag-oppervlakte van die twee valke is, bereken die omtrek van hul jag oppervlakte. (5)

8.4 Ekoloë glo dat een muis  $10 \text{ m}^2$  nodig het om te oorleef. Hoeveel muise kan deur die oppervlakte ( $\Delta ABC$ ) onderhou word? (5)

**[20]**



**VRAAG 9**

9.1 As die volgende data gebruik word:

**13 19 20 22 22 22 22 24 25 27 35 39**

9.1.1 Bereken die interkwartiel terrein vir die data waardes. (3)

9.1.2 Teken 'n houer- en puntdiagram van die data. (4)

9.1.3 Gebruik jou antwoorde in VRAE 9.1.1 en 9.1.2 om kommentaar te lewer op die verspreiding van die data. (2)

9.2 Die lengte van 'n groep meisies word in die volgende tabel gegee:

Hoogte in cm	Frekwensie	Kumulatiewe Frekwensie
$110 \leq h < 115$	10	
$115 \leq h < 120$	14	
$120 \leq h < 125$	22	
$125 \leq h < 130$	23	
$130 \leq h < 135$	16	
$135 \leq h < 140$	5	

9.2.1 Voltooi die kumulatiewe frekwensie tabel wat in die diagramblad gegee word. (2)

9.2.2 Teken 'n ogief kurwe vir die data. (3)

9.2.3 Gebruik die grafiek om uit te vind hoeveel meisies korter as 128 cm is. (2)

9.3 Die gewig van 8 mense word in die tabel getoon:

Gewig in kg	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
26		
28		
32		
35		
38		
43		
47		
55		
$\Sigma =$		$\Sigma =$

- 9.3.1 Bereken die gemiddelde gewig. (2)
- 9.3.2 Voltooi die tabel wat in die diagramblad gegee word. (5)
- 9.3.3 Bereken die standaardafwyking van die data. (4)
- 9.3.4 Hoeveel mense se gewig is binne 1 standaardafwyking van die gemiddelde gewig? (2)

(2)  
[29]

**TOTAAL: 150**

**INFORMATION SHEET: MATHEMATICS**  
**INLICHTINGSBLAD: WISKUNDE**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n (a + (i-1)d) = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$\sum_{i=1}^n ar^{i-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\ln \triangle ABC: \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n} \quad \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} ar^{i-1} = \frac{a}{1-r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \tan \theta \quad (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

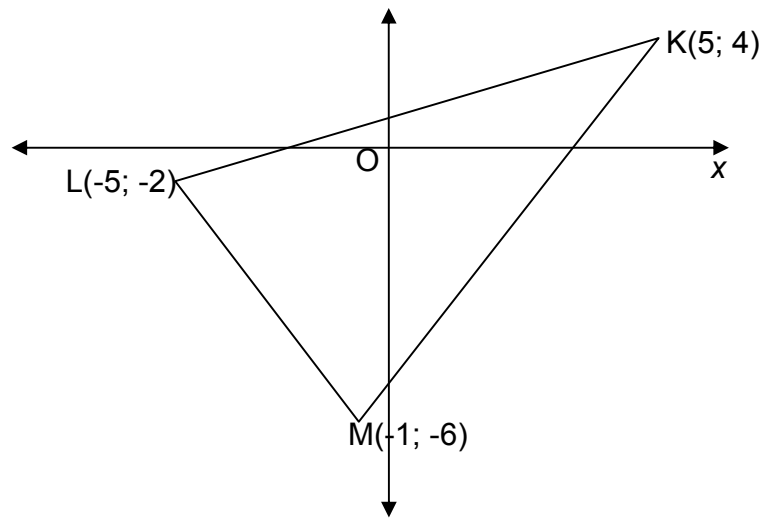
$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

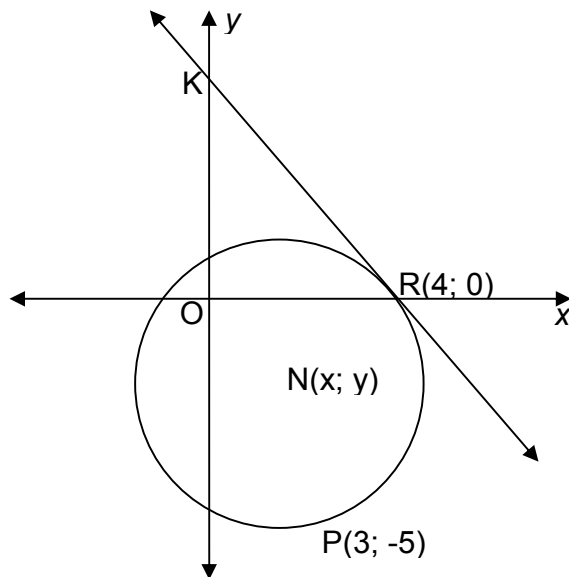




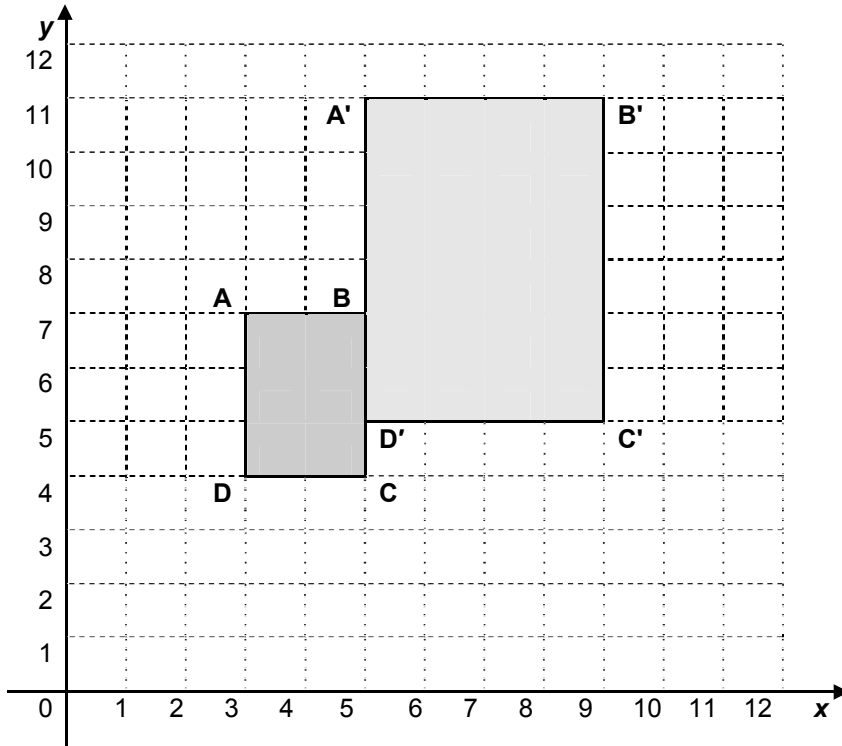
## QUESTION 1 / VRAAG 1



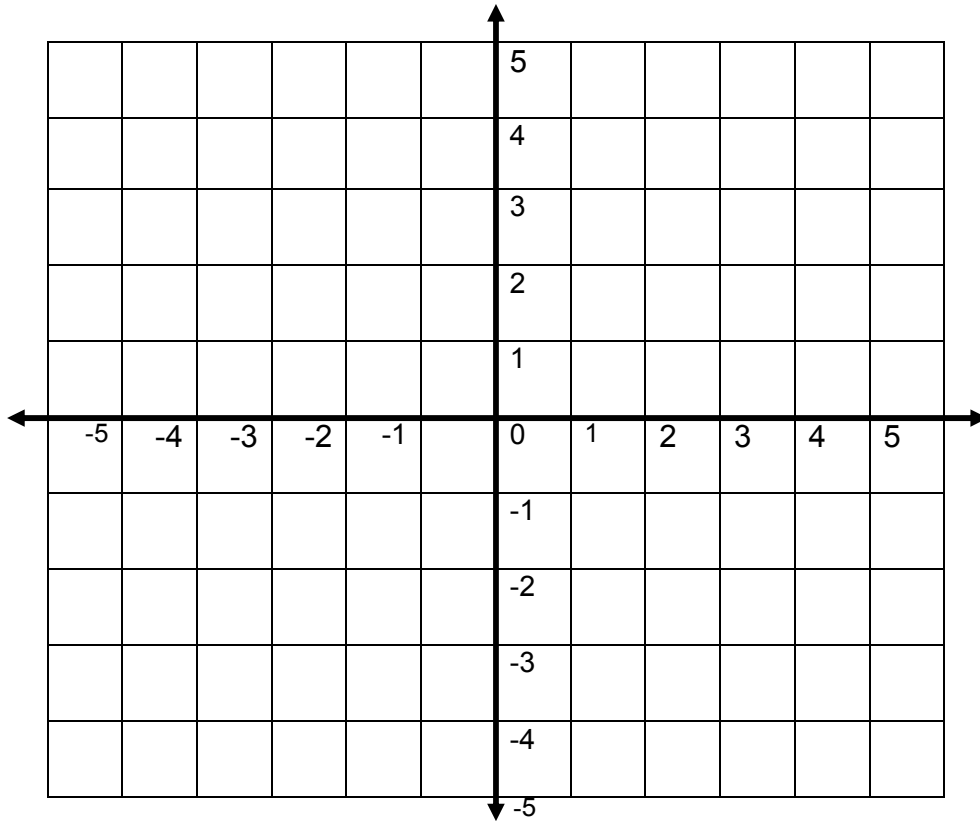
## QUESTION 2 / VRAAG 2



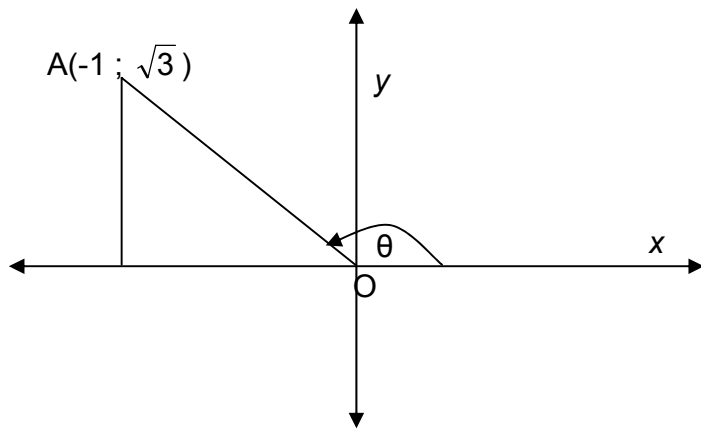
QUESTION 3.1 / VRAAG 3.1



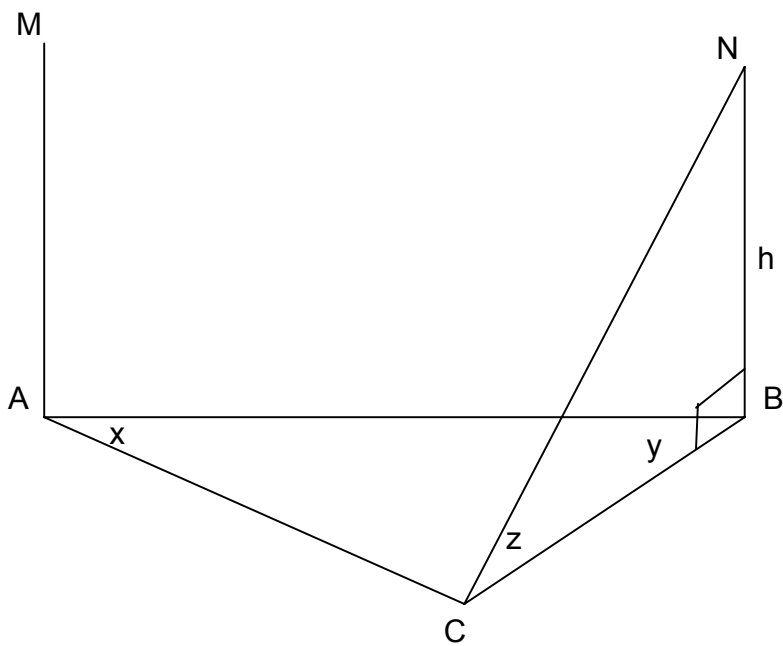
QUESTION 3.2.1 / 3.2.2 / 3.2.3 VRAAG 3.2.1 / 3.2.2 / 3.2.3



## QUESTION 4 / VRAAG 4



## QUESTION 8 / VRAAG 8





## QUESTION 9.2 / VRAAG 9.2

Height in cm	Frequency	Cumulative Frequency
$110 \leq h < 115$	10	
$115 \leq h < 120$	14	
$120 \leq h < 125$	22	
$125 \leq h < 130$	23	
$130 \leq h < 135$	16	
$135 \leq h < 140$	5	

## QUESTION 9.3 / VRAAG 9.3

Mass in kg	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
26		
28		
32		
35		
38		
43		
47		
55		
$\Sigma =$		$\Sigma =$