



education

Department:
Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

MODEL 2008

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, 2 diagramvelle en 'n formuleblad.

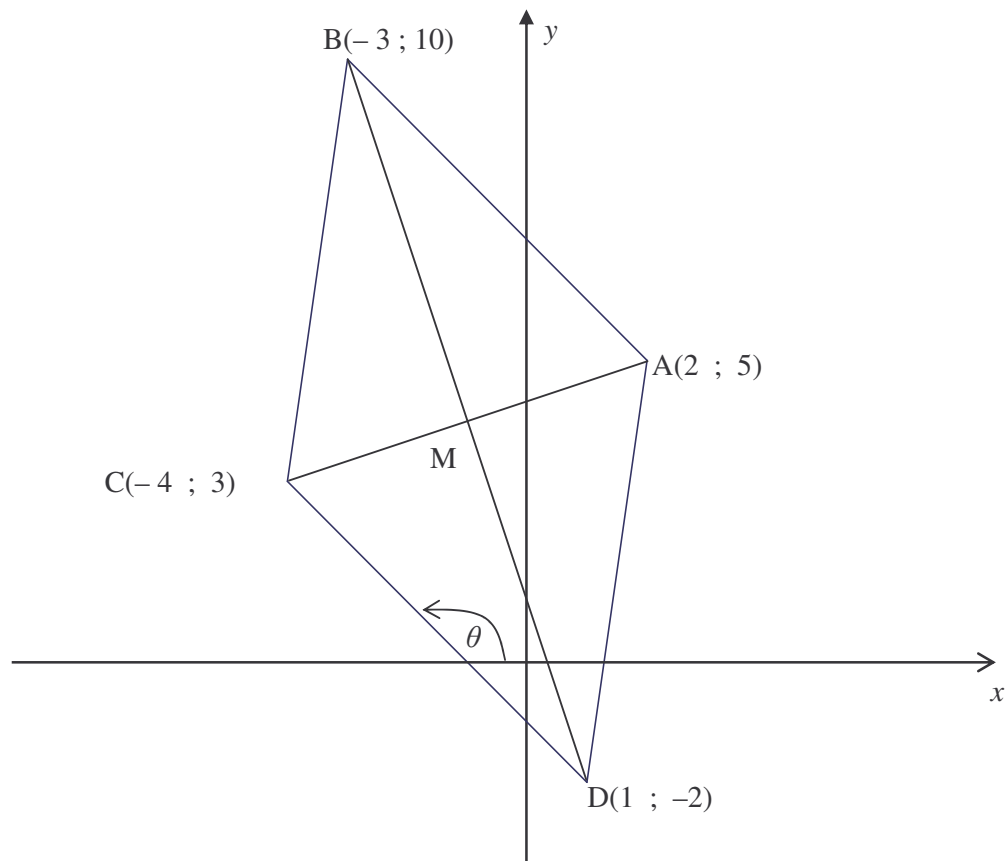
INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies noukeurig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui AL die berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die beantwoording van vrae gebruik het, duidelik aan.
3. 'n Goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) mag gebruik word, tensy anders vermeld.
4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders vermeld.
5. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
7. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjies te werk.
8. TWEE diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 3.2.1, VRAAG 9.3, VRAAG 10.1 en VRAAG 11.1 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou naam/eksamennummer in die ruimtes gelaat en lewer dit saam met jou ANTWOORDEBOEK in.

VRAAG 1

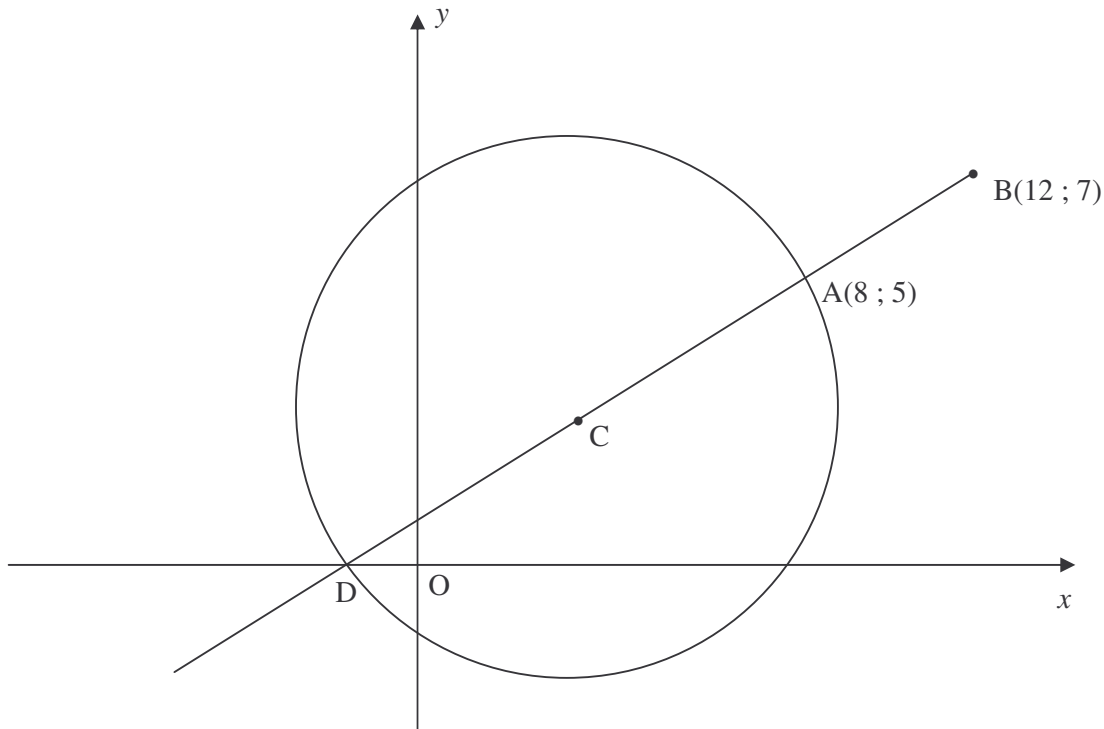
ABCD is 'n vierhoek met hoekpunte A(2 ; 5), B(-3 ; 10), C(-4 ; 3) en D(1 ; -2).



- | | | |
|-----|---|-------------|
| 1.1 | Bereken die lengte van AC. (Los die antwoord in eenvoudigste wortelvorm.) | (2) |
| 1.2 | Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van AC. | (2) |
| 1.3 | Toon dat BD en AC mekaar reghoekig by M halveer. | (5) |
| 1.4 | Bereken die oppervlakte van $\triangle ABC$. | (4) |
| 1.5 | Bepaal die vergelyking van DC. | (3) |
| 1.6 | Bepaal θ , die inklinasiehoek van DC. | (2) |
| 1.7 | Bereken die grootte van $\hat{ADC}$. | (4) |
| | | [22] |

VRAAG 2

A(8 ; 5) en B(12 ; 7) is twee punte in 'n Cartesiese vlak. BA verleng sny die x -as by D. AD is 'n middellyn van die sirkel en C is die middelpunt van die sirkel.



- | | | |
|-----|--|-------------|
| 2.1 | Dui aan dat die vergelyking van die lyn deur A en B as $x - 2y + 2 = 0$ gegee kan word. | (3) |
| 2.2 | Bepaal die koördinate van D. | (2) |
| 2.3 | Bepaal die koördinate van C. | (2) |
| 2.4 | Bepaal die vergelyking van die sirkel. | (5) |
| 2.5 | Bepaal die vergelyking van die raaklyn deur A(8 ; 5). | (3) |
| 2.6 | Bepaal A' , die beeld van A wat om die reguitlyn deur C, wat loodreg op die x -as is, gereflekteer word. | (3) |
| | | [18] |

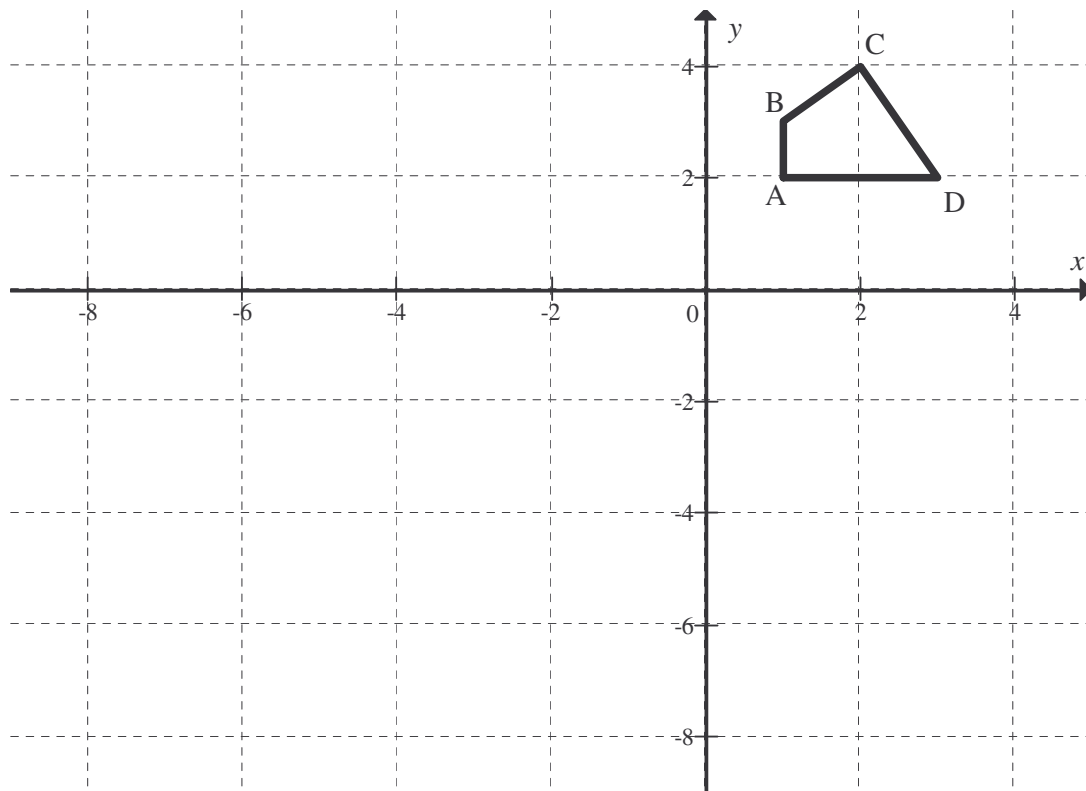
VRAAG 3

3.1 Die punt $P(2 ; \sqrt{3})$ lê in 'n Cartesiese vlak. Bepaal die koördinate van die beeld van P indien:

3.1.1 P oor die x -as gereflekteer word (2)

3.1.2 P om die oorsprong deur 90° in 'n antikloksgewyse rigting geroteer is (2)

3.2 'n Transformasie T van die Cartesiese vlak word soos volg beskryf: 'n Punt is eers om die oorsprong 180° in die antikloksgewyse rigting geroteer. Daarna is dit deur die oorsprong met 'n faktor van 2 vergroot. In die diagram hieronder word vierhoek ABCD gegee met $A(1 ; 2)$, $B(1 ; 3)$, $C(2 ; 4)$ en $D(3 ; 2)$.

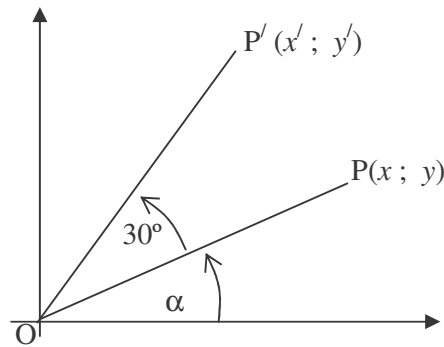


3.2.1 Gebruik die rooster op die aangehegte DIAGRAMVEL 1 om PQRS te skets, die beeld van ABCD onder die transformasie T. (4)

3.2.2 Skryf die beeld van $(x ; y)$ in terme van x en y neer. (4)

3.2.3 Skryf die verhouding van oppervlakte ABCD : oppervlakte PQRS neer. (1)

- 3.3 Dui aan dat die koördinate van P' , die beeld van $P(x; y)$ wat om die oorsprong deur 'n hoek van 30° in die antikloksgewyse rigting geroteer word, gegee word deur $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{y}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}y + \frac{x}{2}\right)$



(8)

- 3.4 K' en L' is die beelde van $K(4; 3)$ en $L(3; 6)$ onder 'n rotasie van 30° , in die antikloksgewyse rigting om die oorsprong.

Deur gebruik te maak van die resultate in VRAAG 3.3, bepaal die koördinate van K' en L' .

(4)
[25]

VRAAG 4

- 4.1 Vereenvoudig, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar: $\frac{\sin 140^\circ \cdot \tan(-315^\circ)}{\cos 230^\circ \cdot \sin 420^\circ}$ (6)

- 4.2 Vereenvoudig: $\tan(180^\circ + x) \cdot \cos(540^\circ + x) \left(\sin(-x) + \frac{\sin^2(90^\circ - x)}{\cos(90^\circ + x)} \right)$ (8)

- 4.3 Dui aan, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar: $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} - 1)}{4}$ (5)

- 4.4 4.4.1 Dui aan dat $\cos 2\theta + 3\cos \theta - 1 = 2\cos^2 \theta + 3\cos \theta - 2$. (2)

- 4.4.2 Bepaal gevolglik die algemene oplossing vir: $\cos 2\theta + 3\cos \theta - 1 = 0$ (4)
[25]

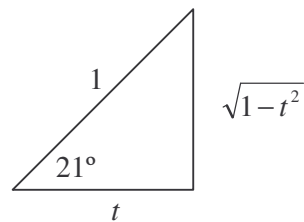
VRAAG 5

Die volgende vraag is aan kandidate gegee om te beantwoord:

Indien $\cos 21^\circ = t$, bepaal, sonder die gebruik van 'n sakrekenaar, die waarde van $\sin 66^\circ$ in terme van t .

Joyce het die volgende oplossing gegee:

$$\begin{aligned}
 \sin 66^\circ &= \sin(45^\circ + 21^\circ) && \text{lyn 1} \\
 &= \sin 45^\circ + \sin 21^\circ && \text{lyn 2} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{1-t^2} && \text{lyn 3} \\
 &= \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{1-t^2}}{2} && \text{lyn 4}
 \end{aligned}$$



Ongelukkig is Joyce se antwoord verkeerd.

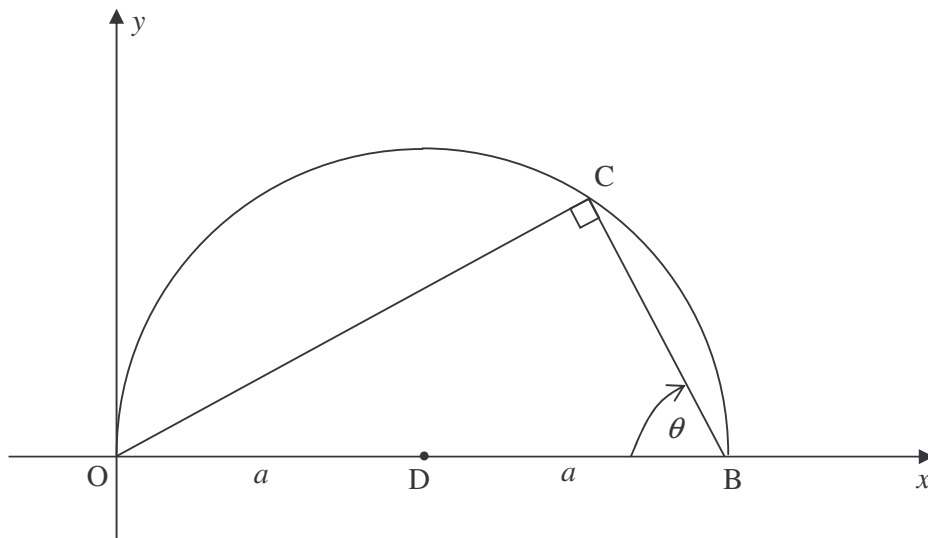
5.1 Verduidelik waarom Joyce se antwoord verkeerd is. (1)

5.2 Gee 'n korrekte oplossing vir Joyce se problem. (4)

[5]

VRAAG 6

OCB is 'n halfsirkel met middelpunt D en radius a . $\angle OCB = 90^\circ$ en $\angle DBC = \theta$



6.1 Dui aan dat $BC = 2a \cos \theta$ (1)

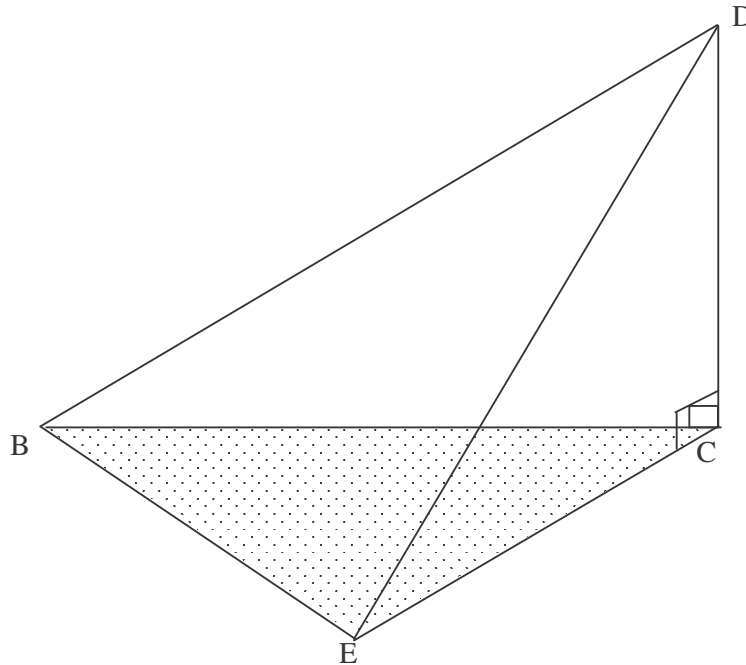
6.2 Dui aan dat die oppervlakte $\triangle OCB = a^2 \sin 2\theta$ (3)

6.3 Bepaal die koördinate van C sodat die oppervlakte van $\triangle OCB$ 'n maksimum is. (1)

[5]

VRAAG 7

CD is 'n vertikale mas. Die punte B, C en E lê in dieselfde horisontale vlak. BD en ED is kables wat die bopunt van die mas met die penne op die grond verbind. $DE = 28,1$ m en $BC = 20,7$ m. Die hoogtehoek by D vanaf B is $43,6^\circ$. $\hat{CBE} = 63^\circ$; $\hat{BDE} = 35,7^\circ$.



Gee jou antwoorde korrek tot EEN desimale plek in elk van die volgende vrae:

7.1 Bereken die lengte van BD. (3)

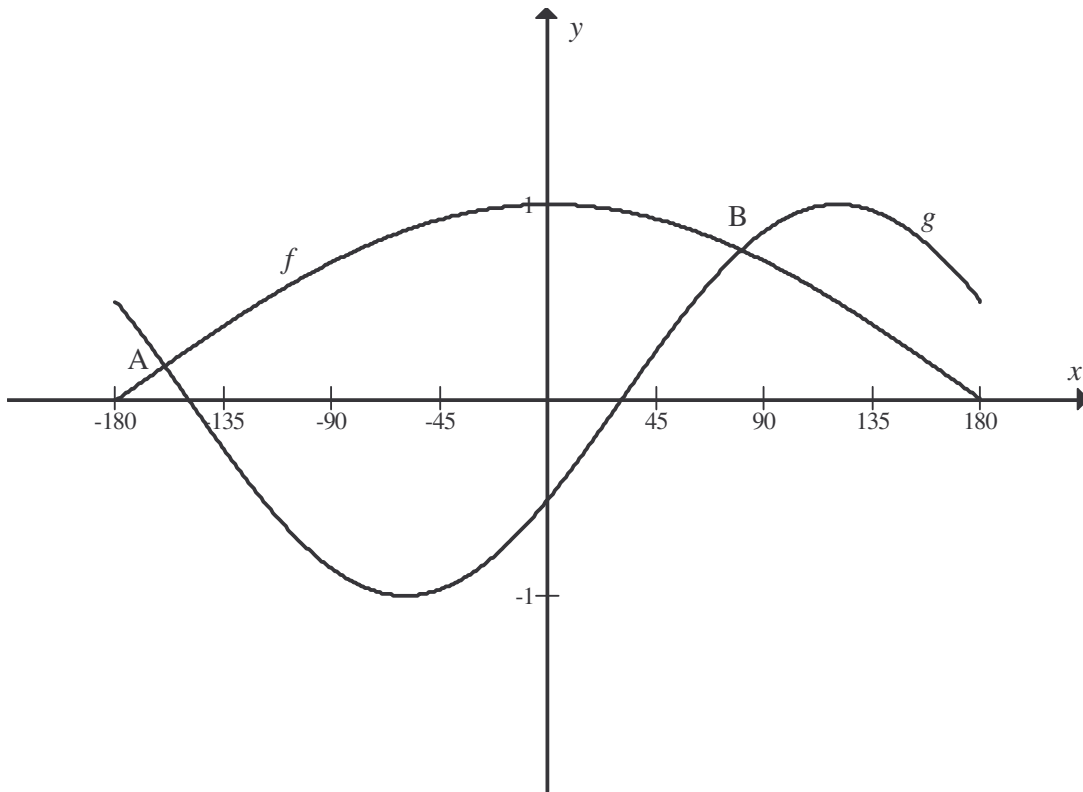
7.2 Dui aan dat die lengte van BE tot 17,4 m afrond. (4)

7.3 Bereken die oppervlakte van $\triangle BEC$. (2)

[9]

VRAAG 8

In onderstaande skets is die grafieke van die funksies $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ en $g(x) = \sin(x - 30^\circ)$ vir $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$. Die kurwes sny mekaar by punte A en B.



8.1 Bepaal die koördinate van die punte A en B. (7)

8.2 Vir watter waardes van x is $f(x) > g(x)$? (2)

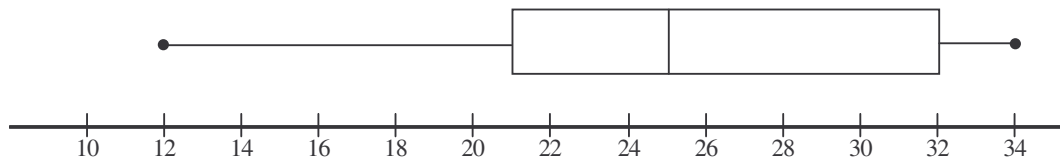
[9]

VRAAG 9

Geoff, 'n bestuurder van 'n koerier-motorfiets, het die afstande (in kilometer) van 15 ritte wat hy moes ry, aangeteken. Die data word hieronder aangedui:

24	19	21	27	20	17	32	22
26	18	13	23	30	10	13	

- 9.1 Wat is die mediaan vir bogenoemde data? (2)
- 9.2 Skryf die boonste en onderste kwartiele neer. (2)
- 9.3 Teken 'n mond-en-snordigram vir die data van Geoff se ritte in die spasie voorsien op die aangehegte DIAGRAMVEL 1. (5)
- 9.4 'n Ander bestuurder, Thabo, in dieselfde maatskappy het ook 15 ritte onderneem en die afstande gemeet in kilometer aangeteken. Die vyf-getal-opsomming vir sy data is (12 ; 21 ; 25 ; 32 ; 34). Die mond-en-snordigram word hieronder aangetoon.



Ontleed die mond-en-snordigramme, op die diagramvel, van Geoff en Thabo se ritte versigtig en lewer kommentaar op die verskille of ooreenkomste, indien enige, tussen die afstande deur elkeen gedurende die 15 ritte afgelê.

(2)
[11]

VRAAG 10

'n Maatskappy wat motors uithuur, het die gemiddelde onderhoudskoste per kilometer van 'n nuwe motor vir verskillende afstande gedurende die eerste jaar afgelê, bereken. Die versamelde data word in onderstaande tabel gegee.

Jaarlikse kilometerlesing (in duisende kilometer)	5	10	15	20	25	30
Koste per kilometer (in rand)	2,50	2,46	2,42	2,37	2,31	2,25

- 10.1 Teken 'n spreidiagram op DIAGRAMVEL 2 om bogenoemde data voor te stel. (3)
- 10.2 Besluit watter van die volgende grafieke bogenoemde data die beste pas: reguitlyn, parabool of eksponensieel. (2)
- 10.3 Skat, deur van 'n geskikte grafiek gebruik te maak, die gemiddelde koste per kilometer om 'n nuwe motor in stand te hou as die motor 8 000 kilometer gedurende die eerste jaar aflê. (1)
- [6]

VRAAG 11

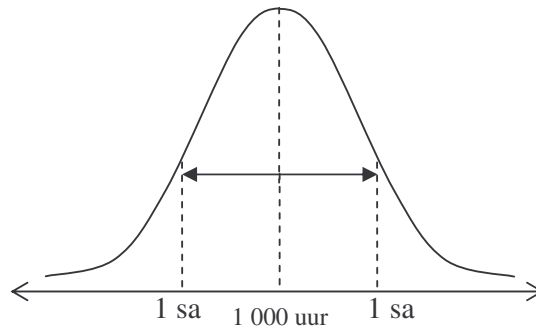
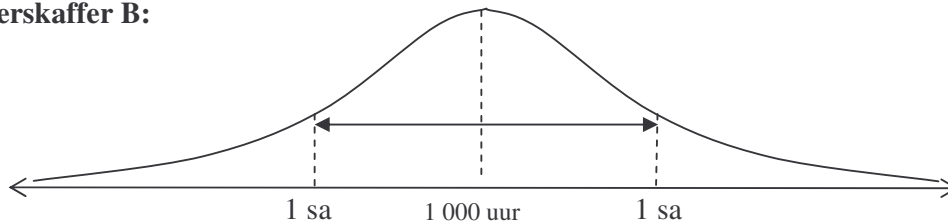
- 11.1 Vyftig kopers is ondervra oor die persentasie van hul inkomste wat hul op kruideniersware spandeer. Ses het geantwoord dat hulle tussen 10% en 19% insluitend, spandeer. Die volledige stel antwoorde word in die tabel hieronder gegee.

PERSENTASIE	FREKWENSIE (<i>f</i>)
10 – 19	6
20 – 29	14
30 – 39	16
40 – 49	11
50 – 59	3

- Deur van die tabel op DIAGRAMVEL 2 gebruik te maak, bereken die gemiddelde persentasie familie-inkomste wat op kruideniersware spandeer word. (5)
- 11.2 Die punte van 8 leerders in 'n toets waarvan die maksimum punt 10 was, is soos volg:
7, 4, 9, 4, 9, 5, 4, 6.
- Bereken die standaard afwyking van hierdie data. (7)
- [12]

VRAAG 12

Jou skool maak van twee verskaffers van gloeilampe gebruik. Beide maatskappye maak daarop aanspraak dat hul gloeilampe gemiddeld 1 000 uur hou. Die grafieke hieronder dui die verspreiding van die tyd wat 'n gloeilamp van elke verspreider neem om uit te brand, aan. Die horisontale en vertikale skale van die twee grafieke is dieselfde.

Verskaffer A:**Verskaffer B:**

12.1 Vergelyk die grafieke hierbo. Watter maatskappy verskaf gloeilampe wat 'n hoër afwyking van die gemiddeld het? (1)

12.2 Die klerk vra jou hulp om te besluit watter verskaffer om te gebruik om 100 gloeilampe vir die skool aan te koop. Watter verskaffer sou jy kies? Verduidelik die rede vir jou keuse. (2)
[3]

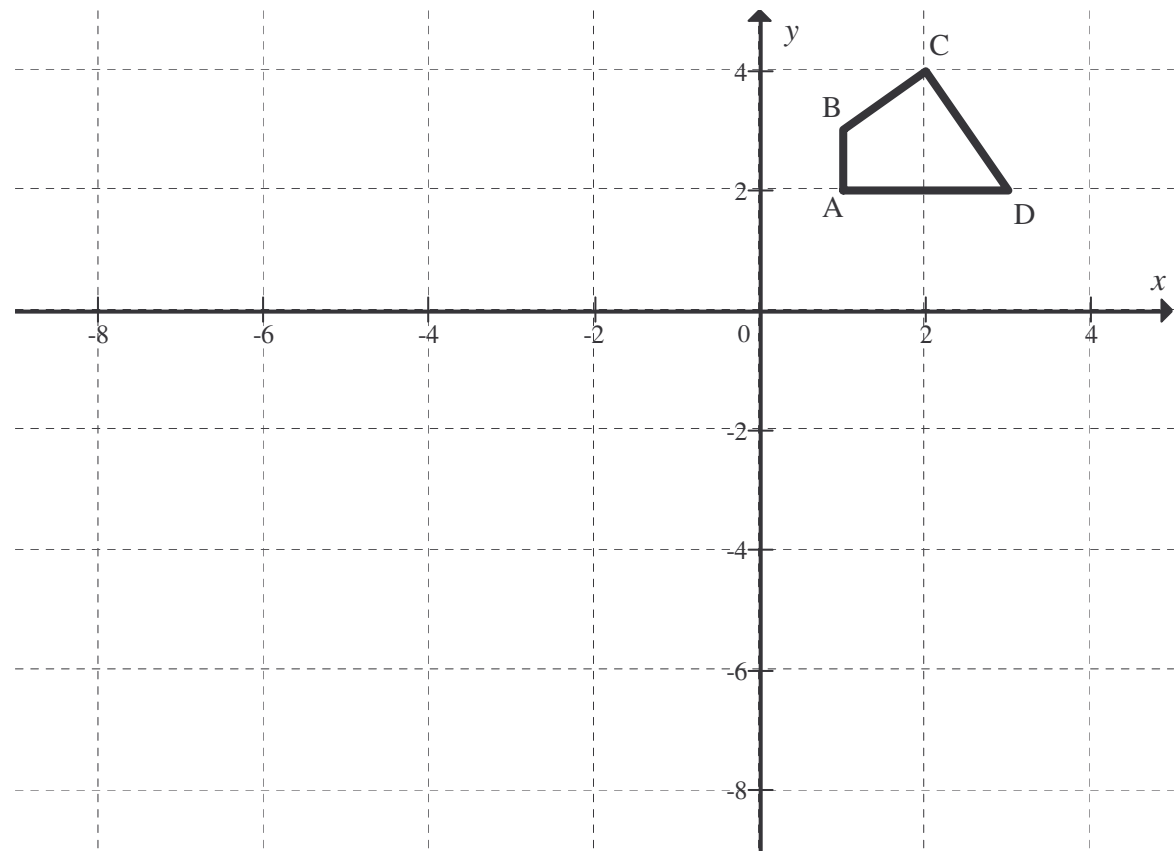
TOTAAL: 150

NAAM/EKSAMENNOMMER:

DIAGRAMVEL 1

VRAAG 3

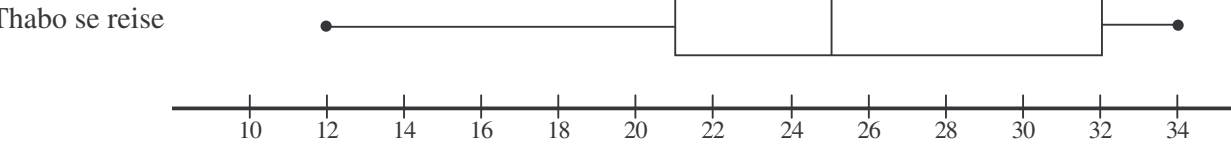
3.2.1



VRAAG 9

9.3

Geoff se reis

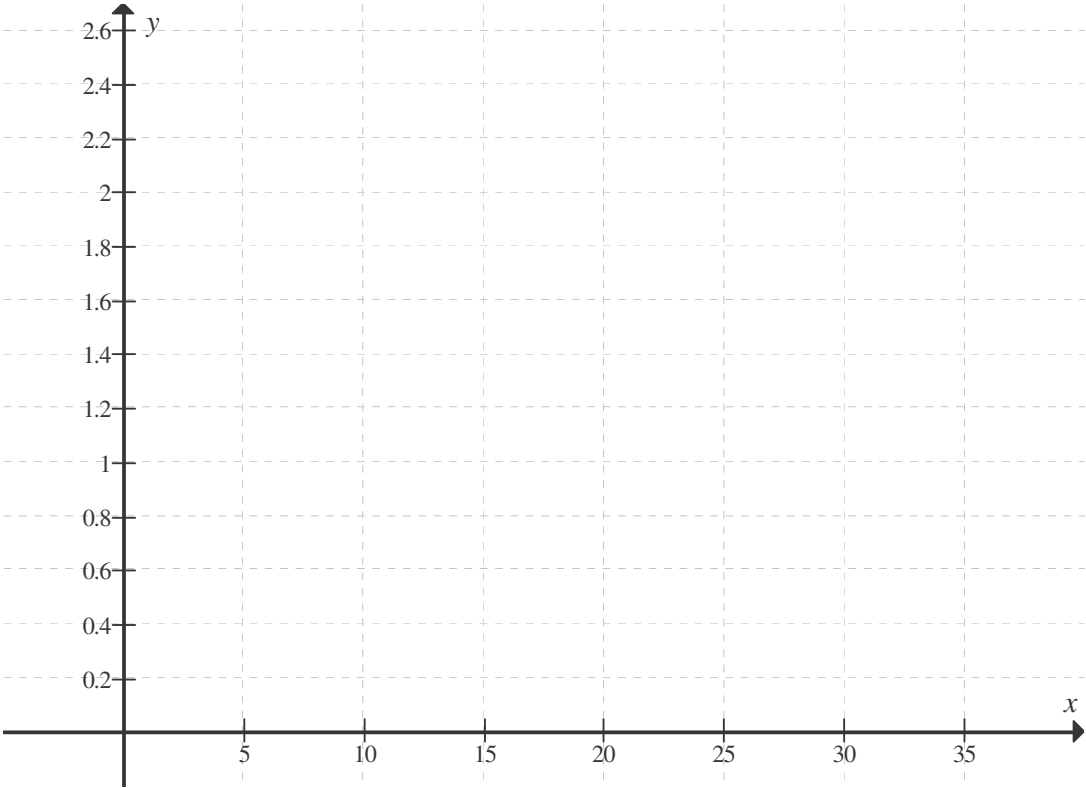


NAAM/EKSAMENNUMMER:

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 10

10.1



VRAAG 11

11.1

PERSENTASIE	FREKWENSIE (<i>f</i>)		
10 – 19	6		
20 – 29	14		
30 – 39	16		
40 – 49	11		
50 – 59	3		

Gemiddeld =

FORMULEBLAD: WISKUNDE
FORMULA SHEET: MATHEMATICS

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n ar^{i-1} = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$y = mx + c$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

In $\triangle ABC$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{oppervlakte} = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$